第二章 机械零件的疲劳强度

§2—1 载荷与应力的分类

一、载荷的分类

载荷大小和方向是否变化

静载荷

变载荷： 1）循环变载荷

2）随机变载荷

载荷理论值和实际作用效果

载荷：1）名义载荷P

2）计算载荷$P_{ca}=KP$

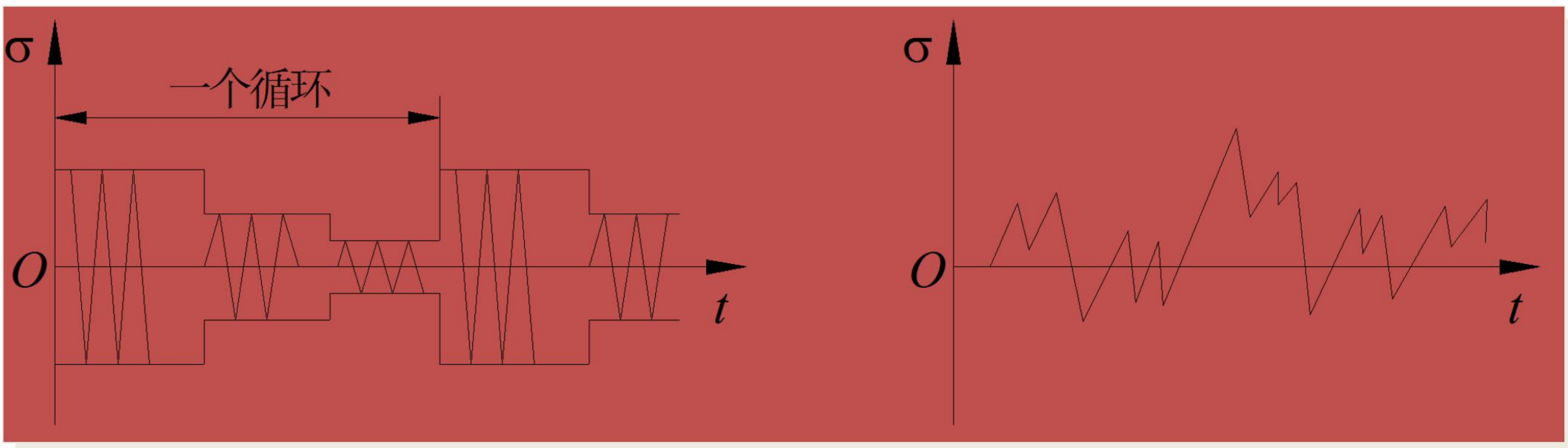
二、应力的分类

1、应力种类

静应力：静应力只能由静载荷产生

变应力： 1) 稳定循环变应力:应力随时间按一定规律周期性变化,而且变化幅度保持常数的变应力

2) 非稳定变应力：a) 规律性非稳定变应力、b)随机性非稳定变应力，应用书p18



规律性非稳定变应力 随机变应力

2、稳定循环变应力的基本参数和种类

a) 稳定循环变应力种类：

应力循环特性 $\gamma = \dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ $-1 \le \gamma \le +1$

$\gamma = -1$ ——对称循环变应力 -1< γ<+1——不对称循环变应力

$\gamma = 0$ —— 脉动循环变应力 γ =+1 —— 静应力

b) 基本参数

最大应力 $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$

最小应力 $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$

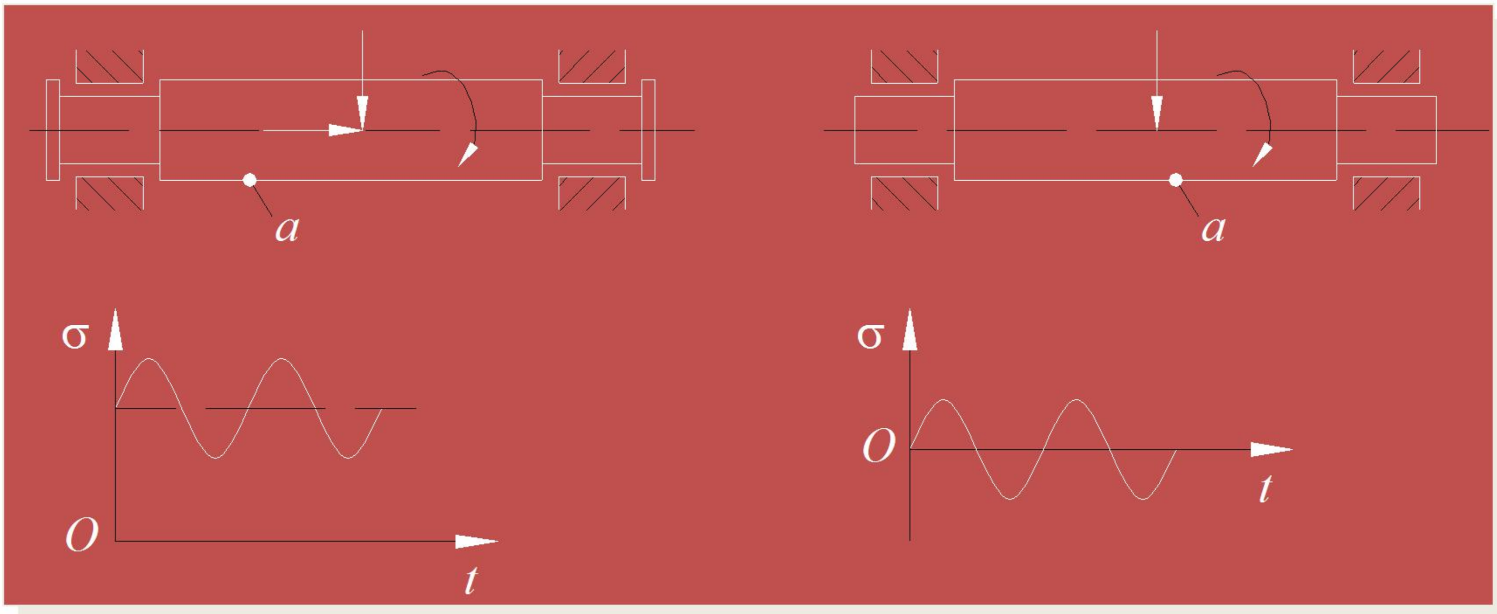
平均应力 $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max} + \sigma_{min}}{2}$

应力幅 $\sigma_a = \dfrac{\sigma_{\max} - \sigma_{min}}{2}$

应力幅 σ_a： 动载分量

平均应力 σ_m ：静载分量

注意：静应力只能由静载荷产生，而变应力可能由变载荷产生，也可能由静载荷产生



3）名义应力和计算应力

名义应力——由名义载荷产生的应力 σ（τ）

计算应力——由计算载荷产生的应力 $\sigma_{ca}(\tau_{ca})$

§2-2 机械零件的疲劳强度计算

一、变应力作用下机械零件的失效特点

- 1、失效形式：疲劳（破坏）（断裂）
- 2、疲劳破坏特点：
- 1）断裂过程：①产生初始裂纹 （应力较大处）
- ②裂纹尖端在切应力作用下，反复扩
- 展，直至产生疲劳裂纹，断裂。
- 2）断裂面：①光滑区（疲劳发展区）；摩擦和挤压作用产生
- ②粗糙区（脆性断裂区）
- 3）破坏时的应力（疲劳极限）远小于材料的屈服极限

3、疲劳破坏的机理：损伤的累积（p17）

4、影响因素：不仅与材料性能有关，变应力的循环特性，

应力循环次数，应力幅都对疲劳极限有很大影响。

二、材料的疲劳曲线和极限应力图

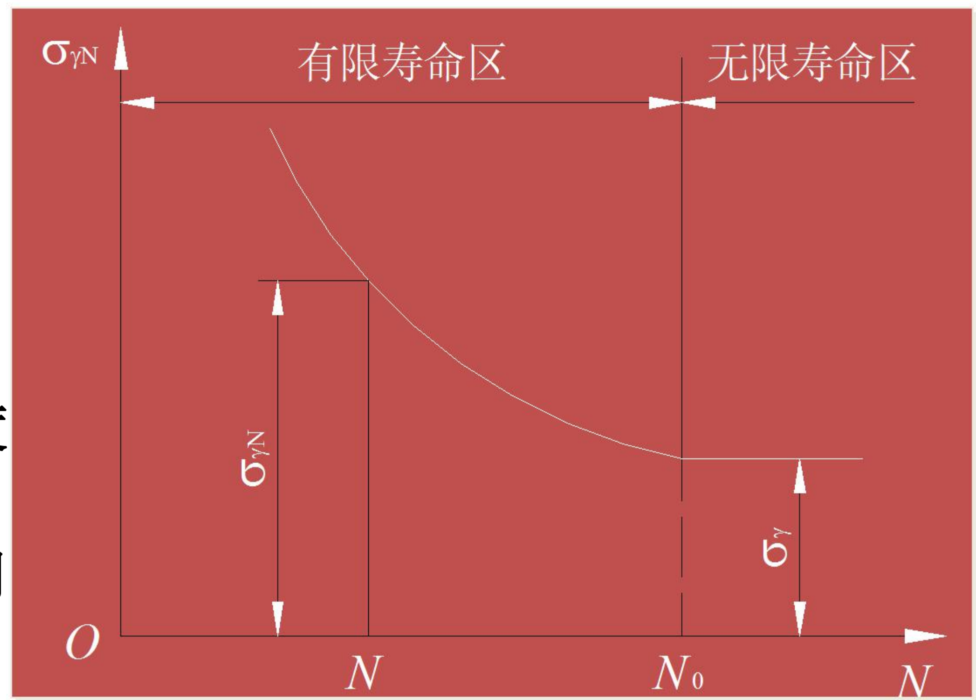
$\sigma_{\gamma N}(\tau_{\gamma N})$ ——疲劳极限:循环变应力下应力循环N次后材料不发生疲劳破坏时的最大应力称为材料的疲劳极限

疲劳寿命（N）——材料疲劳失效前所经历的应力循环次数N

1、疲劳曲线： 一批标准试件，应力循环特性一定时（通常r=-1或r=0)，材料的疲劳极限与应力循环次数之间关系的曲线

No —循环基数

σ_γ —持久极限

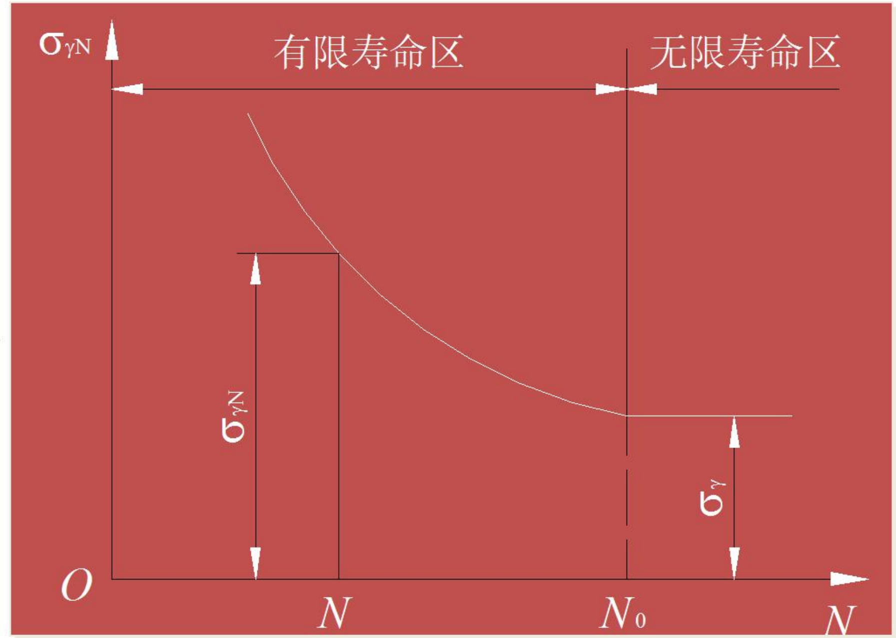


1）有限寿命区

a)当$N<10^3(10^4)$—低周循环疲劳，疲劳极限接近于屈服极限，按静强度计算

绝大多数通用零件，受变应力作用时，应力循环次数一般都大于10^4

b) 当$N>10^3(10^4)$——高周循环疲劳，当 $10^3(10^4)\le N\le N_0$ 时随循环次数↑疲劳极限↓，是有限疲劳强度设计中应用最多的区段



2）无限寿命区

$N\ge N_0$

$\sigma_{\gamma N}=\sigma_\gamma$ ——持久极限

对称循环持久极限为：σ_{-1} τ_{-1} 脉动循环： σ_0 τ_0

- 注意：1)有色金属和高强度合金钢无无限寿命区。
- 2)无限寿命:指零件承受的变应力水平低于或等于材料的疲劳极限σ_r，工作应力总循环次数可大于循环基数N_0，并不是说永远不会产生破坏
- 3）疲劳曲线方程 $(10^3(10^4)\le N\le N_0)$

$$\sigma_{\gamma N}^m\cdot N=\sigma_\gamma^m\cdot N_0=C$$

- ∴疲劳极限

几点说明：

$$\sigma_{\gamma N}=\sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}\sigma_\gamma=K_N\cdot\sigma_\gamma$$

$$K_N=\sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}$$ ——寿命系数

- ① N_o ： 材料的疲劳极限σ_γ是在$N=N_0$时求得，当$N>N_0$时，取$N=N_0$时计算，各种金属材料的N_o大致在10^6～$25X10^7$之间，但通常在10^7下求得，所以算K_N时，$N_o=10^7$
- 如硬度≤350HBS钢，如N >**10^7** 取$N_0=10^7$
- ≥350HBS钢，如N >$25X10^7$ 取$N_0=25X10^7$
- 有色金属(无水平部分)，规定当$N_0>25x10^7$时，取**$N_0=25X10^7$**

② m—指数与应力与材料的种类有关。

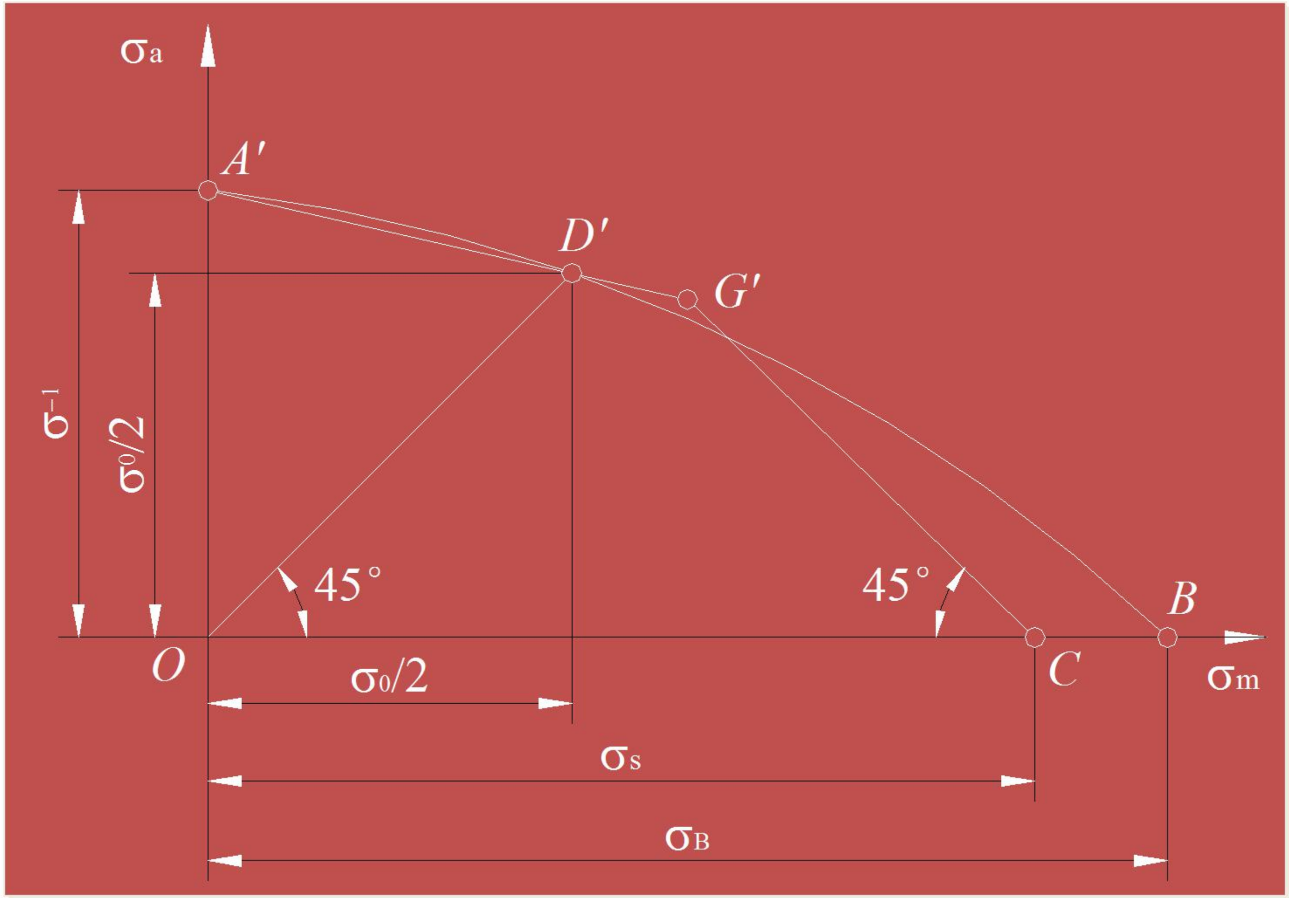
- 钢 m=9——拉、弯应力、剪应力 m=6——接触应力
- 青铜 m=9——弯曲应力 m=8——接触应力

③ 应力循环特性越大，材料的疲劳极限与持久极限越大，对零件强度越有利。

- 对称循环（应力循环特性=-1）最不利

2、材料的疲劳极限应力图——同一种材料在不同的应力循环特性下的疲劳极限图（ $\sigma_m - \sigma_a$ 图）

以σ_m为横坐标、σ_a为纵坐标，即可得材料在不同应力循环特性下的极限σ_m和σ_a的关系图



如图 A′ D′ B——塑性材料所示，脆性材料类似如书p23图2－6 b)，曲线上的点对应着不同应力循环特性下的材料疲劳极限

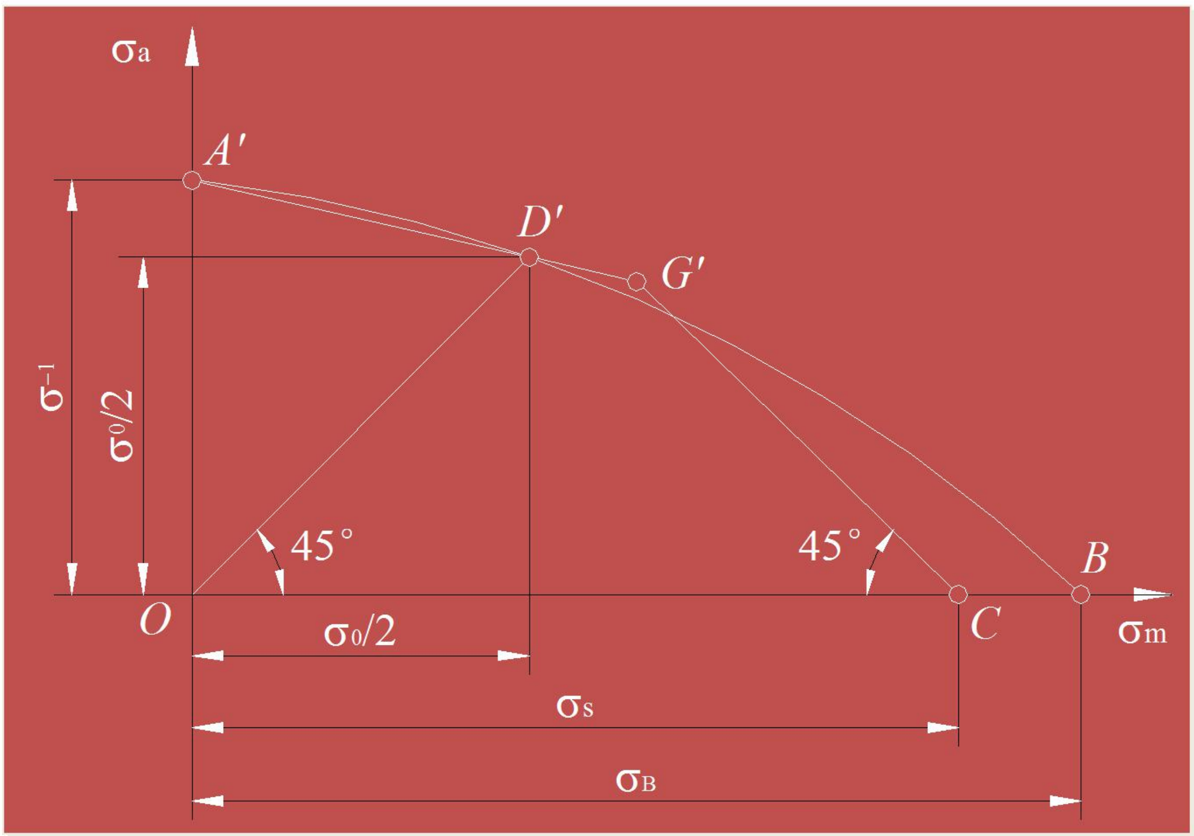
A′ ——对称疲劳极限点

D′ ——脉动疲劳极限点

B ——强度极限点(静应力)

C ——屈服极限点

- AG'上各点：$\sigma'_{\max} = \sigma_{\lim} = \sigma'_m + \sigma'_a$ 如果 $\sigma_{\max} < \sigma'_{\max}$不会疲劳破坏
- $G'C$上各点：$\sigma'_{\lim} = \sigma'_m + \sigma'_a = \sigma_s$ 如果 $\sigma_{\max} < \sigma_s$ 不会屈服破坏



材料的简化极限应力线图，可根据材料的三个试验数据 σ_{-1}, σ_0 和 σ_s 而作出

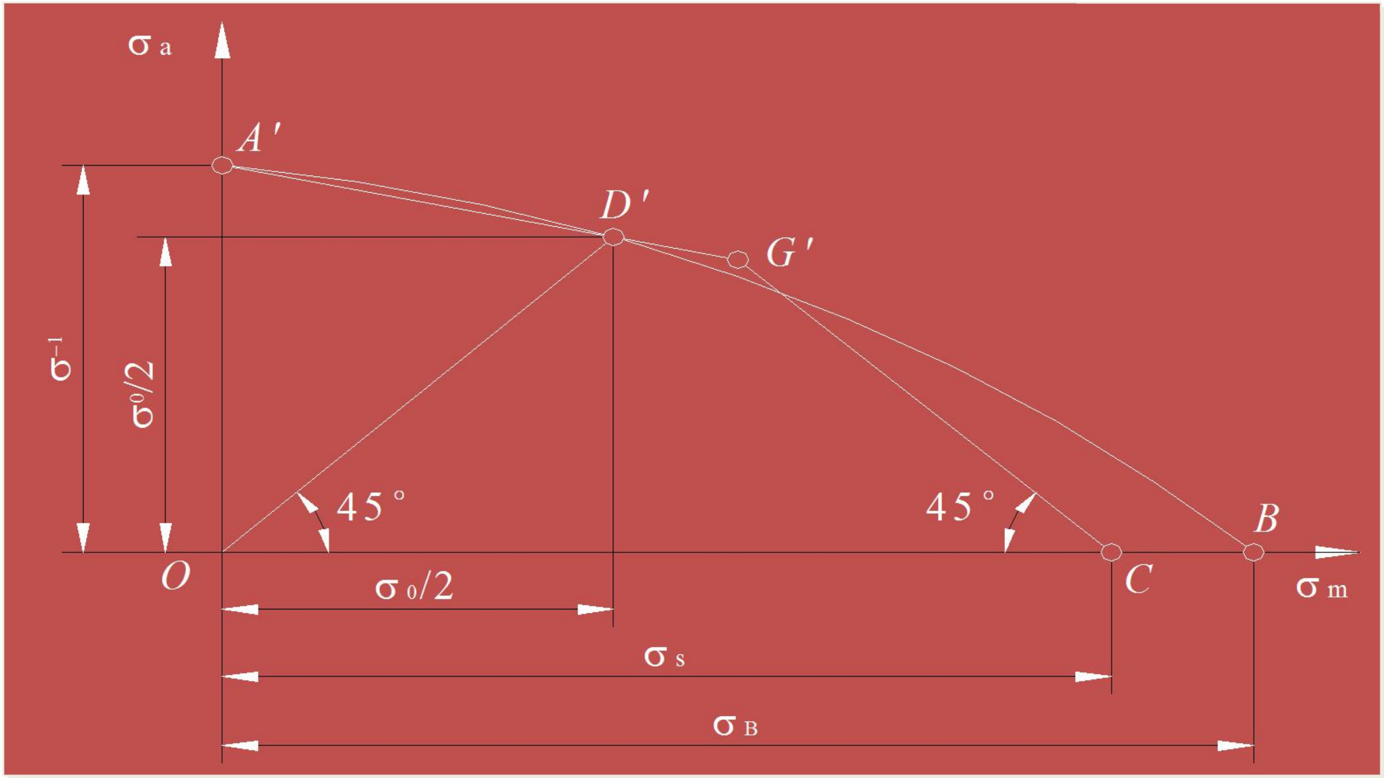
折线以内为疲劳和塑性安全区，折线以外为疲劳和塑性失效区，工作应力点离折线越远，安全程度愈高。

$A'(0,\sigma_{-1})$ $\sigma_m = 0, \gamma = -1, \sigma'_{\max} = \sigma_a = \sigma_{-1}$ 对称极限点

$B(\sigma_B, 0)$ $\sigma_a = 0, \sigma_{\max} = \sigma_{\lim} = \sigma_m, \gamma = +1$ 强度极限点

$D'(\frac{\sigma_0}{2}, \frac{\sigma_0}{2})$ $\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \frac{\sigma_0}{2}$ $\gamma = 0$ 脉动疲劳极限点

$C(\sigma_s, 0)$ 屈服极限点



从上图根据A′和D′可以求得A′G′方程

$$\sigma_{-1}=\sigma_{ra}+\frac{2\sigma_{-1}-\sigma_{0}}{\sigma_{0}}\sigma_{rm}=\sigma_{ra}+\psi_{\sigma}\sigma_{rm}$$

其中 $\psi_{\sigma}=\dfrac{2\sigma_{-1}-\sigma_{0}}{\sigma_{0}}$ 为直线斜率

ψ_{σ}把平均应力（静应力）转化为对称的循环应力

同理可得切应力的疲劳　方程

$$\tau_{-1}=\tau_{ra}+\frac{2\tau_{-1}-\tau_{0}}{\tau_{0}}\tau_{rm}=\tau_{ra}+\psi_{\tau}\tau_{rm}$$

其中 $\psi_{\tau}=\dfrac{2\tau_{-1}-\tau_{0}}{\tau_{0}}$ 为直线斜率

式中 ψ_{σ}，ψ_{τ}是把平均应力拆合为应　力幅的等效系数，

其大小表示材料对循环　不对称的敏感系数见书　表2 - 2

对于低塑性和脆性材料的疲劳极限应力图，疲劳极限方程为：

$$\sigma_{-1} = \sigma_{ra} + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B}\sigma_{rm}$$

$$\tau_{-1} = \tau_{ra} + \frac{\tau_{-1}}{\tau_B}\tau_{rm}$$

§2-3 影响机械零件疲劳强度的主要因素

由于实际机械零件与标准试件之间在绝对尺寸、表面状态、应力集中、环境介质等方面往往有差异，这些因素的综合影响使零件的疲劳极限不同于材料的疲劳极限，其中尤以应力集中、零件尺寸和表面状态三项因素对机械零件的疲劳强度影响最大。

1、应力集中的影响——有效应力集中系数 $k_\sigma(k_\tau)$

零件受载时，在几何形状突变处（圆角、凹槽、孔等）要产生应力集中，**对应力集中的敏感程度与零件的材料有关**，一般材料强度越高，硬度越高，对应力集中越敏感 ,铸铁对应力集中不敏感 接近于零

$$\begin{cases} k_\sigma = 1 + q\ (\alpha_\sigma - 1) \\ k_\tau = 1 + q\ (\alpha_\tau - 1) \end{cases} \qquad \alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \qquad \alpha_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau}$$

q ——材料对应力集中的敏感系数

$\alpha_\sigma, \alpha_\tau$ ——为考虑零件几何形状的理论应力集中系数

$\sigma(\tau)$ ——应力集中源处名义应力

$\sigma_{\max}(\tau_{\max})$ ——应力集中源处最大应力

2、零件尺寸的影响——尺寸系数$\varepsilon_\sigma(\varepsilon_\tau)$ ———— 尺寸效应

由于零件尺寸愈大时，材料的晶粒较粗，出现缺陷的概率大，而机械加工后表面冷作硬化层相对较薄，所以对零件疲劳强度的不良影响愈显著，

$\varepsilon_\sigma(\varepsilon_\tau)$愈小表示疲劳强度降低 愈大

3、表面状态的影响 β

1）表面质量系数 $\beta_\sigma(\beta_\tau)$

零件加工的表面质量（主要指表面粗糙度）对疲劳强度的影响

钢的σ_B 越高，表面愈粗糙，$\beta_\sigma(\beta_\tau)$ 愈低

铸铁$\beta_\sigma = 1$

2）表面强化系数 β_q

考虑对零件进行不同的强化处理，对零件疲劳强度的影响

强化处理——淬火、渗氮、渗碳、热处理、抛光、喷丸、滚压等冷作工艺

经强化处理后$\beta_q > 1$

4、综合影响系数 $[k_\sigma]_D$ 或 $[k_\tau]_D$

应力集中，零件尺寸和表面状态 $k_\sigma, \varepsilon_\sigma, \varepsilon_\tau, \beta_q, \beta_\sigma$ 只对应力幅 σ_a 有影响，而对平均应力 σ_m 无影响——试验而得

$$[k_\sigma]_D = \left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} + \frac{1}{\beta_\sigma} - 1\right) \cdot \frac{1}{\beta_q}$$

$$[k_\tau]_D = \left(\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} + \frac{1}{\beta_\tau} - 1\right) \cdot \frac{1}{\beta_q}$$

或

$$(k_\sigma)_D = \frac{k_\sigma}{\beta \varepsilon_\sigma}$$

$$(k_\tau)_D = \frac{k_\tau}{\beta \varepsilon_\tau}$$

在计算时，零件的工作应力幅要乘以综合影响系数

§ 2-4 稳定变应力机械零件疲劳强度计算方法

1、许用应力法

与静强度相似：即零件危险点处的最大工作应力小于或等于零件的许用应力

$$\sigma_{\max} \le [\sigma] = \frac{\sigma_{rN}}{s_\sigma}$$

对称循环$\sigma_{\max} \le [\sigma_{-1}] = \dfrac{\sigma_{-1}}{s_\sigma}$　　不对称循环$\sigma_a \le [\sigma_a]$　　应力幅

2、安全系数法

即零件危险截面处的安全系数s大于或等于零件的许用安全系数「s」

$$s \ge [s]$$

$$s_\sigma \ge \frac{\sigma_{rN}}{\sigma_{\max}}$$

★单向稳定变应力的安全系数

1.r=常数

1）.r=常数(疲劳段A’G’)

$$r=\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_m-\sigma_a}{\sigma_m+\sigma_a}=\frac{1-\dfrac{\sigma_a}{\sigma_m}}{1+\dfrac{\sigma_a}{\sigma_m}}$$

$$\frac{\sigma_{rm}}{\sigma_{ra}}=\frac{\sigma_m}{\sigma_a}=\text{常数}$$

因为 $\sigma_{r\max}=\sigma_{ra}+\sigma_{rm}$

$$\sigma_{\max}=\sigma_a+\sigma_m$$

最大应力时的安全系数

$$S_\sigma=\frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a+\psi_\sigma\sigma_m}$$

应力幅的安全系数平均 应力的安全系数分别为 ：

$$s_{\sigma a} = \frac{\sigma_{ra}}{\sigma_a}$$

$$s_{\sigma m} = \frac{\sigma_{rm}}{\sigma_m}$$

当r=常数时，按最大应力、平均应力和应力幅所求出的安全 系数是相等的

当计入应力集中，零件尺寸和表面状态后，则：

最大应力时的安全系数

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{(k_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{r\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

2）.r=常数(屈服段G’S’)

屈服时的安全系数

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_s}{\sigma_a + \sigma_m}$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{r\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_s}{\tau_a + \tau_m}$$

3）.低塑性和脆性材料，疲劳极限应力图为一直线（图2—6b)

最大应力时的安全系数

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{(k_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{r\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

但不必验算屈服时的安全系数

注意：如零件循环次数在$10^3<N<N_0$时，应按有限寿命计算，上列各式中σ_{-1}和τ_{-1} 均应乘以寿命系数 $K_N = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}}$

$2.\sigma_m=$常数

1） 疲劳段A’G’

按前述相同的方法可求得按最大应力计算的安全系数和应力幅计算的安全系数为

$$s_\sigma=\frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{\max}}=\frac{\sigma_{ra}+\sigma_{rm}}{\sigma_a+\sigma_m}=\frac{\sigma_{-1}+\left[(k_\sigma)_D-\psi_\sigma\right]\sigma_m}{(k_\sigma)_D(\sigma_a+\sigma_m)}\ge[s]$$

$$s_{\sigma a}=\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_a}=\frac{\sigma_{-1}-\psi_\sigma\sigma_m}{(k_\sigma)_D\sigma_a}\ge[s]$$

由于最大应力安全系数和应力幅的安全系数不等，故应同时校验

2） 疲劳段G’S’

屈服时的安全系数

如为切应力，将上式中σ改为τ即可

$$s_\sigma=\frac{\sigma_s}{\sigma_a+\sigma_m}\ge[s]$$

$$s_\tau=\frac{\tau_s}{\tau_a+\tau_m}\ge[s]$$

$3.\sigma_{\min} =$ 常数 （$p30$）

解决问题的方法为：过最小应力点与工作点作一45^{0}线，交疲劳曲线求得极限应力

疲劳段安全系数为：

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{\lim}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{ra} + \sigma_{rm}}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{2\sigma_{-1} + \left[(k_\sigma)_D - \psi_\sigma\right]\sigma_{\min}}{\left[(k_\sigma)_D + \psi_\sigma\right](\sigma_a + \sigma_m)} \geq [s]$$

$$s_{\sigma a} = \frac{\sigma_{ra}}{\sigma_a} = \frac{\sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_{\min}}{\left[(k_\sigma)_D + \psi_\sigma\right]\sigma_a} \geq [s]$$

由于最大应力安全系数和应力幅的安全系数不等，故应同时校验

塑性段安全系数同前一样为：

屈服时的安全系数

$$s_\sigma = \frac{\sigma_s}{\sigma_a + \sigma_m} \geq [s]$$

$$s_\tau = \frac{\tau_s}{\tau_a + \tau_m} \geq [s]$$

设计中如难以确定零件的应力变化规律，常采用r=常数的公式

★复合稳定变应力的安全系数

由实验知疲劳极限应力图为一椭圆

椭圆方程为 $\left(\dfrac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}}\right)^2+\left(\dfrac{\tau_{ra}}{\tau_{-1}}\right)^2=1$ **2—27**

安全系数为：

$$s=\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_a}=\frac{\tau_{ra}}{\tau_a}$$

考虑应力集中、尺寸效应和表面状态对应力幅的影响，则安全系数为：

$$s=\frac{\sigma_{ra}}{\dfrac{k_\sigma}{\beta\varepsilon_\sigma}\sigma_a}=\frac{\tau_{ra}}{\dfrac{k_\sigma}{\beta\varepsilon_\sigma}\tau_a}$$ **2—29**

对称循环单向应力时

$$\because \sigma_m = 0, \tau_m = 0$$

代入下式

最大应力时的安全系数

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{(k_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{r\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(k_\sigma)_D \sigma_a} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta\varepsilon_\sigma}\sigma_a}$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_D \tau_a} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta\varepsilon_\tau}\tau_a} \qquad \text{2—30}$$

将式$2-29,2-30$中$s_{\sigma,}s_{\tau}$代入椭圆方程$2-27$得

$$s=\frac{s_{\sigma}s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}{}^{2}+s_{\tau}{}^{2}}}\geq[s]$$

如零件为非对称循环

$s_{\sigma,}s_{\tau}$按非对称循环公式计算，即

$$s_{\sigma}=\frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\beta\varepsilon_{\sigma}}\sigma_{a}+\psi_{\sigma}\sigma_{m}}$$

$$s_{\tau}=\frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\beta\varepsilon_{\tau}}\tau_{a}+\psi_{\tau}\sigma_{\tau}}$$

4）许用安全系数〔S〕的选择

P32表2－3

§2-5提高疲劳强度的主要措施

1、减少应力集中

结构设计

2、**提高零件表面加工质量**

3、采用能**提高材料**疲劳强度的热处理及强化工艺

§2-6 机械零件的接触疲劳强度

高副零件工作时，理论上是点接触或线接触→实际上由于接触部分的局部弹性变形而形成面接触→由于接触面积很小，使表层产生的局部应力却很大。该应力称为接触应力。在表面接触应力作用下的零件强度称为接触强度

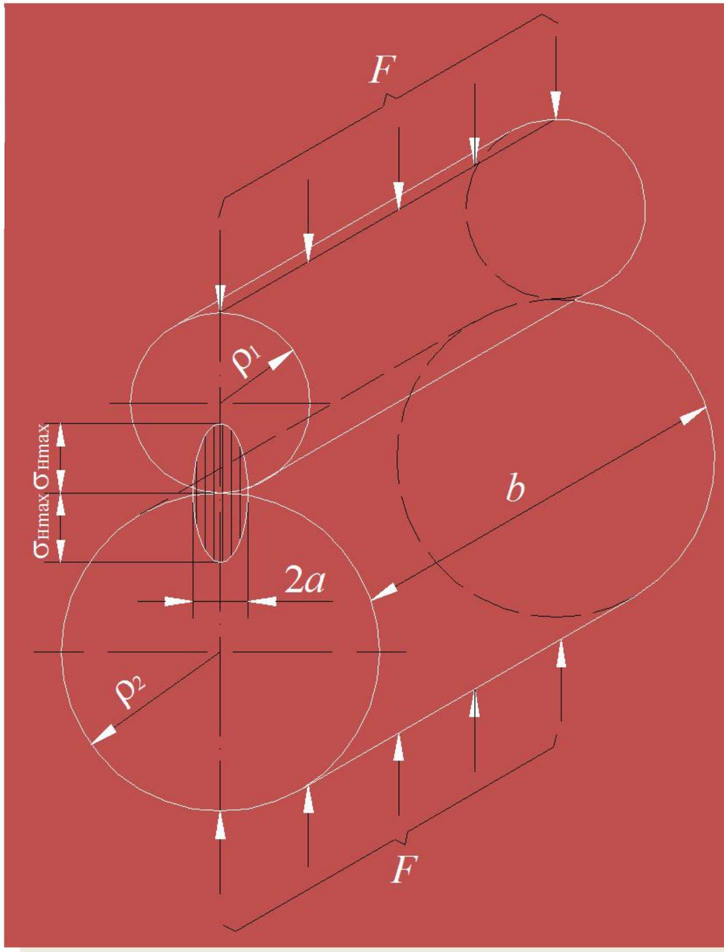
工作中的零件有：齿轮、滚动轴承等

计算依据：弹性力学的赫兹公式

1、接触应力

a)两圆柱体接触

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F\left(\frac{1}{\rho_\Sigma}\right)}{\pi b\left[\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1}\right)+\left(\frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)\right]}}$$



若两材料为钢时：

泊松比$\mu_1=\mu_2=0.3$,弹性模量$E_1=E_2=E$,

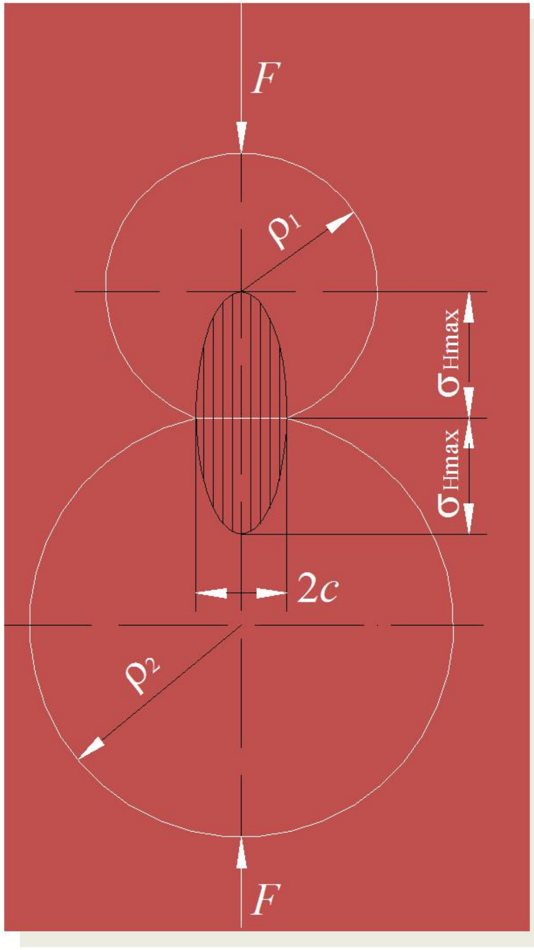
$$\sigma_{H\max}=0.418\sqrt{\frac{FE}{bp_\Sigma}}$$

p_Σ :综合曲率半径

b) 两球接触

$$\sigma_{H\max}=\frac{1}{\pi}\sqrt[3]{bF[\frac{\frac{1}{p_\Sigma}}{\frac{1-\mu_1^2}{E_1}+\frac{1-\mu_2^2}{E_2}}]}$$

$$\mu_1=\mu_2=0.3, E_1=E_2=E\text{时}, \sigma_{H\max}=0.388\sqrt[3]{\frac{FE^2}{p_\Sigma^2}}$$



ρ_Σ——综合曲率半径

$$\frac{1}{p_\Sigma}=\frac{1}{p_1}\pm\frac{1}{p_2}\qquad\begin{cases}+\rightarrow\text{外接触}\\-\rightarrow\text{内接触}\end{cases}$$

说明：1）圆柱体 $\sigma_{H\max}\propto F^{1/2}$ **，球** $\sigma_{H\max}\propto F^{1/3}$

∴σ_{Hmax}与F不呈线性关系

2）圆柱体 $\sigma_{H\max} \propto \dfrac{1}{p_{\Sigma}^{1/2}}$ ，球 $\sigma_{H\max} \propto \dfrac{1}{p_{\Sigma}^{2/3}}$

∴ρ_Σ越大， $\sigma_{H\max}$越小

3）同样的ρ_1、ρ_2下，内接触时ρ_Σ较大， $\sigma_{H\max}$较小，约为外接触时的48%，∴重载情况下，采用内接触，有利于提高承载能力或降低接触副的尺寸。

2、接触表面的失效形式

静应力： 表面压碎 ——脆性材料,
表面塑性变形——塑性材料

变应力：疲劳点蚀——齿轮、滚动轴承的常见失效形式。

变应力为常用的形式，按触疲劳的规律与拉压及弯曲的高周循环疲劳类似

疲劳接触应力

σ_H与N之间关系为

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{m} \cdot N = C$$

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{m} \cdot N = \sigma_{\mathrm{Hlim}}^{m} \cdot N_{0} = C$$

3、提高接触疲劳强度的措施

1）控制最大接触应力 $\sigma_{H\max} \le [\sigma]_H$

2）提高接触表面硬度，改善表面加工质量

3）增大综合曲率半径 ρ_Σ

4）改外接触为内接触，点接触→线接触

5）采用高粘度润滑油